Quest'angolo, come gli altri che si presenteranno in seguito, sarà misurato nel senso in cui si procede dalla direzione positiva della • direttrice (cioè da quella secondo cui cresce *u)* alla direzione positiva della generatrice (cioè a quella secondo cui cresce *v).* Riguardando le *u, v* come coordinate curvilinee ed adottando le note segnature di GAUSS, si trova

(6) *E* = i+ 2*t'+V²t;², *F = costi,* G = i.

Supponendo ora che la superficie, considerata come flessibile ed inestendibile, venga a cambiare di forma, in modo però che le sue generatrici rettilinee si conservino tali, è chiaro che la direttrice si trasformerà in una certa altra curva, di cui indicheremo con 5r , v)r, £x le coordinate, nel punto corrispondente al punto (£, *), £), mentre le /, m, *n* si muteranno in *l^,* , *ml* , *nl* . Le variabili *u9 v* avranno lo stesso valore nei punti corrispondenti delle due superficie, epperò affinchè l'elemento lineare sia, come dev'essere, identico per le due superficie, ossia affinchè le *E,* F, G sieno le medesime per Tuna superficie e per l'altra, è evidentemente necessario e sufficiente che sussistano le tre equazioni

(7) e +< +< =*">
/, È', + m, < + «,£ = cose,

alle quali debbonsi aggiungere le due seguenti

(8) /; + < + < = :, £;> + „',* + £;* = i.

Notiamo che per essere

(/£' + »» TI' + *nVy* — /- + *II" +* HJTI" + *n'(,"* ,

si ha

(9) /£" + wV' + w£" = — (* + 6' sen 6) .

Ora chiamando p il raggio di curvatura della direttrice primitiva nel punto (u) ed o> l'angolo che questo raggio fa col piano tangente della superficie, si ha

(io) /£" + *m*n"* + *ni"* = sen 0

quindi

(ir) sen 6 = : — (,c + 6'sea6)

Dunque all'ultima delle equazioni (7) si può, in virtù di quella

che la precede,